Методические указания для студентов. ***Лекционный курс***

Краткое содержание лекций курса (соответственно разделам и темам дисциплины):

ВВЕДЕНИЕ

НАЧАЛЬНЫЕ ПОНЯТИЯ

Основные понятия теории графов. Графы и орграфы. Типы графов. Маршруты и расстояния. Пути, циклы и деревья. Приложения различных графовых моделей. Атрибуты вершин и ребер. Графовые последовательности.

СТРУКТУРЫ И ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Способы задания графов. Матричные представления графов. Некоторые свойства матриц смежности и инцидентности графов.

Инварианты графа.

Структурная эквивалентность графов. Изоморфизм графов. Классы изоморфизма графов. Проблема изоморфизма. Тестирование на неизоморфизм.

Автоморфизмы и симметрии.

Подграфы. Некоторые операции над графами.

СПЕЦИАЛЬНЫЕ ВИДЫ ГРАФОВ

Графы пересечений. Графы мостов, блоков и точек сочленения, их описание, их приложения.

ДЕРЕВЬЯ

Свойства деревьев. Матричная теорема Кирхгофа о деревьях. Корневые деревья, упорядоченные деревья, бинарные деревья. Обходы бинарных деревьев. Деревья бинарного поиска. Деревья Хаффмена и оптимальные префиксные коды. Деревья приоритетов. Количество помеченных деревьев: коды Прюфера. Количество бинарных деревьев: рекурсия Каталана. Центры и центроиды.

ОСТОВНЫЕ ДЕРЕВЬЯ

Растущие деревья. Поиск вглубь и вширь. Минимальные остовные деревья во взвешенных графах. Минимальные остовные деревья и кратчайшие пути.

Векторные пространства, ассоциированные с графами. Фундаментальное множество циклов и коциклов.

Матроиды и жадные алгоритмы

СВЯЗНОСТЬ

Вершинная и реберная связность. Неравенство Уитни. Пара связностей графа. Функция связности. n-связность и n-реберно связность графа. Характеризации 1-связных, 2-х связных, 3-связных графов. Максминный дуализм и теоремы Менгера. Блоковая декомпозиция. Конструирование реальных сетей.

ОБХОДЫ. ЭЛЕМЕНТЫ ЦИКЛОМАТИКИ

Эйлеровы графы. Характеризации эйлерова графа. Эйлеровы орграфы. Эйлеровы циклы. Приложения. Последовательности де Брейна. Задача китайского почтальона.

Гамильтоновы графы. Признаки гамильтоновости графа. Коды Грэя. Задача коммивояжера.

Характеризация реберных графов. Специальные реберные графы. Реберные графы и обходы.

ПЛАНАРНОСТЬ

Плоские и планарные графы. Укладка графов на поверхностях. Формула Эйлера. Максимальные планарные графы. Триангулированные графы. Гомеоморфизм графов. Теорема Понтрягина — Куратовского. Характеризации планарных графов. Внешнепланарные графы. Алгоритм укладки графа на плоскость.

РАСКРАСКИ

Вершинная раскраска графов. Хроматическое число. Хроматические числа некоторых классов. Описание графов с хроматическими числами 1 и 2. Основные принципы для оценки хроматического числа графа. Алгоритмы правильной раскраски.

Хроматический многочлен. Свойства хроматических многочленов.
Раскраска плоских карт.

Раскраска ребер. Хроматический индекс. Оценки хроматического индекса.

ПОТОКИ В СЕТЯХ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Потоки и разрезы. Задача о максимальном потоке. Потоки и связность. Паросочетания, трансверсали и вершинные покрытия.

ЭЛЕМЕНТЫ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ГРАФОВ

Задача Рамсея Экстремальные графы. Случайные графы Эрдеша–Реньи

Методические указания для студентов. *Практические занятия*

Практические занятия призваны закрепить теоретические знания студентов и познакомить их с методами решения конкретных задач, возникающих при практическом приложении знаний.

№	Тема семинарского задания
С1	Классы приложений теории конечных графов (из различных прикладных областей). Классы формальных задач на языке теории конечных графов.
С2	Атрибуты вершин и ребер. Структуры и представления. Существование и построение графа с заданной последовательностью степеней.
С3	Изоморфизм графов. Подходы к идентификации изоморфизма и неизоморфизма графов. Основные инварианты графов.
С4	Автоморфизмы простых графов. Число помеченных графов.
С5	Количество помеченных деревьев: коды Прюфера. Алгоритмы кодирования и декодирования.
С6	Центры и центроиды, алгоритмы их нахождения. Алгоритмы Крускала и Дейкстра-Прима нахождения МОД.
С7	Алгоритмы нахождения фундаментального множества циклов и коциклов в графах. вычисление циклического и коциклического ранга.
С8	Алгоритмы определения категории связности, вершинной и реберной связности. Алгоритм конструирования графов (синтез) с заданной вершинной и реберной связностью.
С9	Алгоритмы нахождения циклов Эйлера. Последовательность де Бре́йна. Алгоритм построения $(2,n)$- последовательности де Брейна. Задача китайского почтальона. Алгоритм ее решения
С10	Алгоритмы нахождения циклов Гамильтона. Приложения. Коды Грея. Задача коммивояжера Реберные графы. Их свойства. Оценка числа вершин и ребер для реберных графов.

С11	Алгебраические критерии планарности. Алгоритм укладки графа на плоскость (гамма-алгоритм).
С12	Переборный алгоритм для раскраски графов. Алгоритм последовательного раскрашивания вершин.
С13	Алгоритмы построения хроматического полинома. Алгоритм правильной раскраски ребер
С14	Жадные алгоритмы и матроиды. Наибольшие паросочетания. Венгерский алгоритм и задача о назначении.
С15	Экстремальные задачи на графах.
С16	Графы как модели программ, процессов и информационных структур
С17	Графы как модели программ, процессов и информационных структур

Основной формой проведения практических занятий является обсуждение наиболее проблемных и сложных вопросов по отдельным темам, а также решение задач и разбор примеров и ситуаций в аудиторных условиях. По основным разделам проводятся самостоятельные работы.

Результаты работы на практических занятиях оцениваются по следующим пунктам:

- ответы на вопросы, предлагаемые преподавателем в ходе опросов;
- участие в обсуждениях;
- решение задач у доски;
- выполнение самостоятельных работ и иных текущих заданий.

Оценивание практических заданий входит в накопленную оценку.

Методические рекомендации по организации *самостоятельной работы* студента

Самостоятельная работа, предусмотренная учебным планом в объеме 40 часов, выполняется в ходе семестра, проводится с целью закрепления и углубления знаний по дисциплине и предусматривает:

— изучение отдельных разделов тем дисциплины

— чтение студентами рекомендованной литературы и усвоение теоретического материала дисциплины;

— подготовку к практическим занятиям;

— выполнение домашних заданий;

— самопроверки с помощью материалов фонда оценочных средств;

— работу с Интернет-источниками;

— подготовку к различным формам контроля.

Последовательность всех контрольных мероприятий изложена в календарном плане, который доводится до сведения каждого студента в начале семестра.

Планирование времени на самостоятельную работу, необходимого на изучение настоящей дисциплины, студентам лучше всего осуществлять на весь семестр, предусматривая при этом регулярное повторение пройденного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо регулярно дополнять сведениями из литературных источников, представленных в рабочей программе.

По каждой из тем следует сначала прочитать рекомендованную литературу и при необходимости составить краткий конспект основных положений, терминов, сведений, требующих запоминания и являющихся основополагающими в этой теме и для освоения последующих разделов курса.

№	Темы домашних заданий
Д 1	Классы приложений теории конечных графов (из различных прикладных областей). Модели технических, социальных, экономических, природных систем на языке теории графов.
Д 2	Графовые последовательности (разбиения). Вычисление характеристик графов
Д 3	Основные инварианты графов и способы их вычисления
Д 4	Построение группы автоморфизмов простых графов.
Д 5	Коды Прюфера. Алгоритмы кодирования и декодирования.
Д 6	Алгоритмы нахождения МОД.
Д 7	Поиск в графах. Алгоритмы BFS и DFS
Д 8	Синтез сетей с заданной вершинной и реберной связностью.
Д 9	Решение задач, приводимых к задаче о эйлеровых графах
Д 10	Коды Грея. Задача коммивояжера
Д 11	Задачи, сводимые к определению планарности графов
Д 12	Упражнения по укладке графа на плоскость.
Д 13	Решение задач, приводимых к задаче правильной раскраски графа (назначение частот, расписание и т.п.)
Д 14	Хроматический полином и определение хроматического числа. Решение задач, приводимых к задаче правильной реберной раскраске
Д 15	Задача о назначении.
Д 16	Экстремальные задачи на графах.

Для расширения знаний по дисциплине рекомендуется использовать Интернет-ресурсы: проводить поиск в различных системах и использовать материалы сайтов, рекомендованных преподавателем на лекционных и практических занятиях.

- **Информационно – библиотечное обеспечение**

Основная учебная литература

1. Емеличев В. А., Мельников О.И., Сарванов В. И., Тышкевич Р.И. Лекции по теории графов: Учебное пособие для студентов — 2-е изд.,испр. — М.: Либроком, 2009. — 392с. - ISBN 978-5-397-00238-7.
2. Алексеев В. Е., Таланов А. В. Графы и алгоритмы: [Электронный ресурс] — М.: Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016. — 154 с. — Режим доступа: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=428827, ограниченный по логину и паролю.
3. Оре О. Графы и их применение. — М.: УРСС: Ленанд, 2015. — 208с.

Дополнительная учебная литература

1. Емеличев В. А., Зверович И. Э., Мельников О. И. и др. Теория графов в задачах и упражнениях: Более 200 задач с подробными решениями — М.: Либроком, 2014. — 418с.
2. Костюкова Н.И. Графы и их применение. Комбинаторные алгоритмы для программистов: Учебное пособие. — М.: Бином. Лаборатория знаний: Интернет-Университет Информационных Технологий, 2013. — 311с.

- **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

Электронно-библиотечные системы и базы данных

ЮРАЙТ [Электронный ресурс]: Электронная библиотека / ООО «Электронное издательство Юрайт». – [М.]: Юрайт, 2017. – Режим доступа: https://biblio-online.ru/, ограниченный

Znanium. com [Электронный ресурс]: Электронно-библиотечная система / ООО «Научно-издательский центр Инфра-М». – [М.]: Инфра-М, 2011-2017. – Режим доступа: http://znanium.com/, ограниченный

Интернет–ресурсы свободного доступа

1. Дискретная математика: [Электронный ресурс]:/ РАН, отд-ние мат-ки; гл. ред. В.Я. Козлов. — М.: РАН. — - Журнал, издается с 1989 года. — Доступ к архиву статей с 1989 г. на Общероссийском математическом портале Math-Net.Ru: http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?jrnid=dm& wshow=contents &option_lang=eng. – Режим доступа свободный.

2. Дискретный анализ и исследование операций: [Электронный ресурс]/ Сибирское отделение Российской академии наук, Институт математики им. С.Л. Соболева СО РАН; гл. ред. А.Д. Коршунов. - Новосибирск: Институт математики СО РАН. - Журнал. - Доступ к архиву статей с 1994 г. на Общероссийском математическом портале Math-Net.Ru: http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?jrnid=da&wshow=contents&option_lang=rus. – Режим доступа свободный.

3. Вычислительные технологии: [Электронный ресурс]: / Ин-т вычислительных технологий СО РАН; гл. ред. Ю.И. Шокин. — Новосибирск: РАН. Сибирское отделение. — Журнал. — Издается с 1996 года. — Доступ к электронным версиям статей (с отставанием в 2 года) на сайте журнала: http://www.ict.nsc.ru/jct. – Режим доступа свободный.

- **Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы**

  Используется лицензионное программное обеспечение:
  — Microsoft Office 2013 (MS Power Point 2013, MS Word 2013, MS Excel 2013)